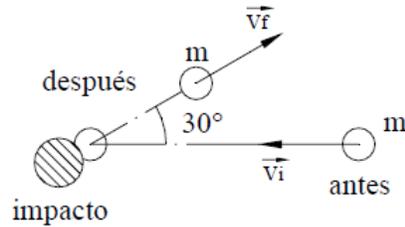


TALLER N° 4 - DINÁMICA DE SISTEMAS DE PARTÍCULAS Y DEL CUERPO RÍGIDO

1.



Una bola de béisbol, cuya masa es de 0.14 kg, se mueve horizontalmente con una velocidad inicial de 120 km/h. Después de ser golpeada por el bate, sale con una velocidad final de 150 km/h y un ángulo de 30° con la horizontal. Calcule el impulso de la fuerza neta sobre la bola durante el impacto, en magnitud y dirección. Si la duración del impacto es 2×10^{-3} s, halle la fuerza neta media. Compare con el peso de la bola, ¿puede despreciarse el efecto del peso durante el impacto?

$$F_{\text{media}} = 5\,073 \text{ N}$$

2.

Un hombre de 70 kg cae verticalmente desde una altura de 2 m sobre el piso. Desde el momento en que sus pies tocan el piso, su centro de masa desciende una distancia d hasta detenerse. Asumiendo que la fuerza hecha por el piso es constante, calcule dicha fuerza y su impulso durante el impacto con el piso. Tenga en cuenta el efecto del peso durante el impacto. Haga sus cálculos:

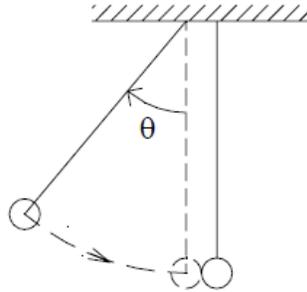
- suponiendo que el hombre cae muy rígidamente, de modo que su centro de masa sólo desciende 2 cm, y
- suponiendo que cae flexiblemente, de modo que su centro de masa desciende 50 cm.

Compare las fuerzas para que comprenda porqué lo prudente es caer flexiblemente.

a) 7 070 kgf ; 443 kg m s^{-1}

b) 350 kgf ; 549 kg m s^{-1}

3.



Para estudiar la colisión frontal de dos esferas iguales, se suspenden en forma de péndulos de igual longitud. Si la primera de ellas se suelta desde un ángulo θ mientras la segunda está en reposo y después de la colisión la segunda sube hasta un ángulo θ' , mostrar que el coeficiente de restitución de la colisión está dado por

$$e = 2 \frac{\sin \frac{\theta'}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}} - 1 .$$

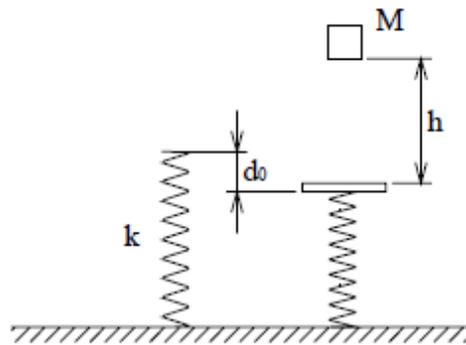
4.

Dos vehículos de masas 1000 kg y 2000 kg chocan en una intersección de ángulo recto quedando enganchados. Ya juntos, deslizan 8 m con un coeficiente de fricción de 0.6 antes de detenerse y en una dirección a 45° con las direcciones iniciales. Hallar las velocidades antes del choque.

$$\approx 74 \text{ km/h}$$

$$37 \text{ km/h}$$

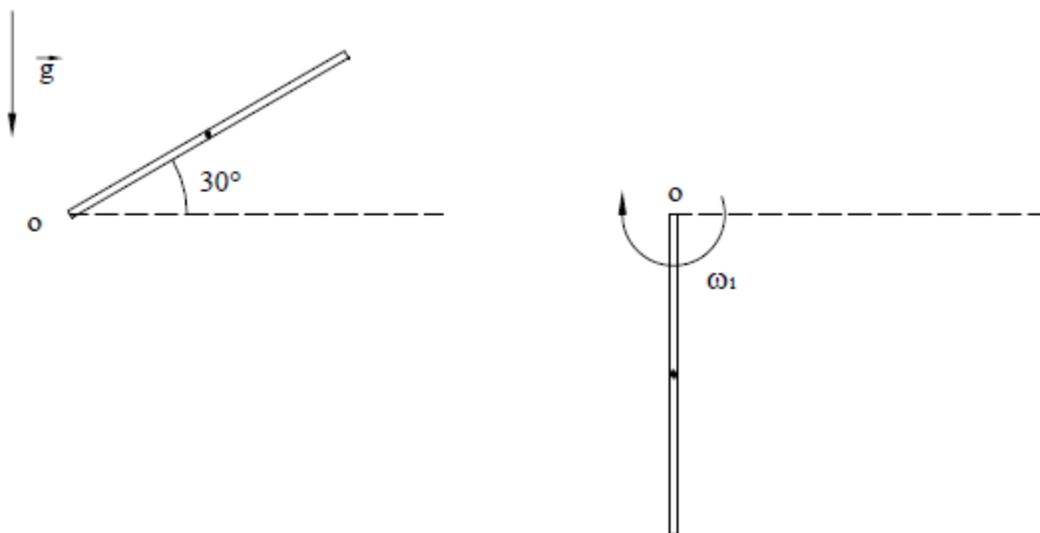
5.



Un bloque de masa $M = 2 \text{ kg}$ se deja caer desde una altura h sobre el platillo, de masa $m = 1 \text{ kg}$, de una báscula de resorte de constante $k = 200 \text{ N/m}$. Después de una colisión plástica, platillo y bloque descienden una distancia $h = 0.3 \text{ m}$. Hallar numéricamente:

- La deformación d_0 de equilibrio del resorte bajo la acción del platillo.
0.05 m
- La velocidad con la cual salen platillo y bloque después de la colisión.
1.46 m/s
- La velocidad con la cual el bloque M ingresa a la colisión ¿Porqué se conserva el momentum de M y m en la colisión?
2.18 m/s
- La altura h desde la cual se dejó caer el bloque.
0.24 m
- ¿Se conserva la energía durante todo el proceso? Explique. Si no se conserva, halle el cambio ¿Es ganancia o pérdida?

6.



Una barra de masa M y longitud L se suelta desde la posición mostrada y puede rotar en un plano vertical alrededor de un eje por O .

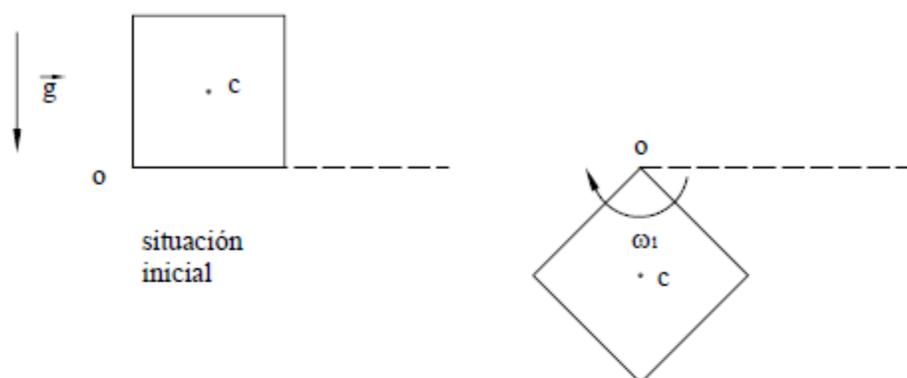
- Muestre con claridad la posición angular de la barra en situación general. Halle la aceleración angular. **Sugerencia:** Línea de referencia horizontal.
- Integre para obtener la velocidad angular en el punto más bajo. Halle allí la velocidad del centro de masa.
- Compruebe su resultado por el método de trabajo y energía

$$\omega_1 = 3 \sqrt{\frac{g}{2L}}$$

- Aplique la ecuación de movimiento del centro de masa en la posición particular más baja y calcule allí la fuerza hecha por el eje sobre la barra.

Vertical hacia arriba, $\frac{13}{4} M g$

7.

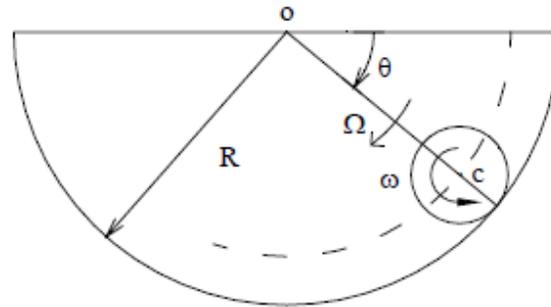


La placa cuadrada de lado L , se suelta desde la posición inicial mostrada y puede rotar en el plano vertical alrededor de un eje perpendicular a ella por O .

- Halle la aceleración angular e integre para obtener la velocidad angular en el punto más bajo. **Sugerencia:** Tome la horizontal como línea de referencia. El ángulo inicial será negativo.
- Corrobore su resultado por el método de trabajo y energía

$$\omega_1 = \left[\frac{3}{2} \frac{g}{L} (\sqrt{2} + 1) \right]^{1/2}$$

8.



Una esfera maciza de masa m y radio r rueda sin deslizar por el interior de una cuenca cilíndrica de radio R . La velocidad angular del movimiento circular del centro de masa C de la esfera respecto al marco inercial es Ω y la velocidad angular de rotación de la esfera respecto al eje por C , fijo en el marco de referencia del centro de masa, es ω . La esfera se suelta desde $\theta_0 = 30^\circ$.

- Muestre que la condición para que la esfera ruede sin deslizar puede escribirse como $\Omega (R - r) = \omega r$.
- Usando el método de trabajo y energía calcule la velocidad del centro de masa de la esfera cuando pasa por el punto más bajo.

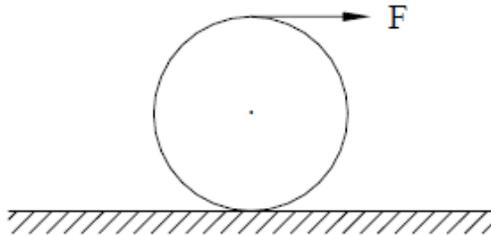
$$\sqrt{\frac{5}{7} g (R - r)}$$

- Compruebe su resultado usando las ecuaciones de movimiento de C y de rotación respecto al eje por C e integrando.
- Halle el mínimo coeficiente estático de fricción entre la esfera y la cuenca para que la esfera pueda efectivamente rodar sin deslizar.

Sugerencia: Halle la normal y la fricción en situación general y observe que la posición más crítica para la fricción es la posición inicial.

$$\mu_{\min} = \frac{2\sqrt{3}}{7} \approx 0.5$$

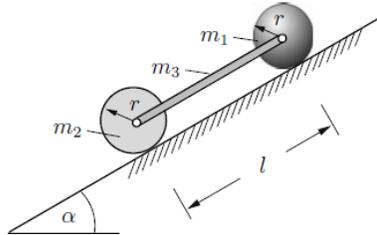
9. El cilindro de masa m y radio r tiene una cuerda enrollada a su alrededor y se jala con una fuerza horizontal F . El coeficiente estático de fricción con el piso es $\frac{1}{2}$. Hallar la máxima fuerza F posible si el cilindro rueda sin deslizar, tanto si es un cilindro macizo como si es un cilindro hueco de pared delgada.



macizo, $F_{\text{máx}} = \frac{3}{2} m g$

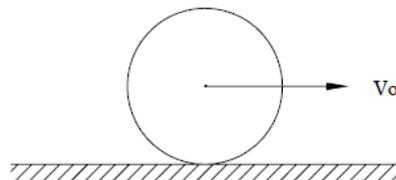
huevo, no hay $F_{\text{máx}}$

10. Una esfera de masa m_1 y radio r y una rueda cilíndrica de masa m_2 y radio r están conectadas por dos barras de masa $m_3/2$ y longitud l . Ellas ruedan sin deslizar sobre un plano rugoso. Encuentre las aceleraciones de las barras.



$$a = \frac{(m_1 + m_2 + m_3) \sin \alpha}{7 m_1/5 + 3 m_2/2 + m_3} g$$

11. Una bola de billar de masa m y radio r se golpea centralmente con el taco horizontal, de modo que comienza moviéndose en $t = 0$ con velocidad del centro de masa V_0 y sin ninguna rotación. Si el coeficiente de fricción dinámica con la mesa es μ , ¿al cabo de cuánto tiempo comenzará a rodar sin deslizar?

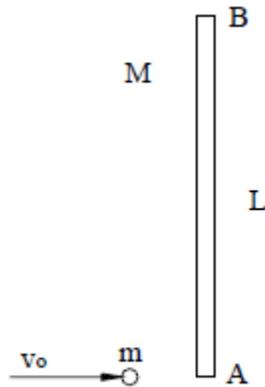


$$\frac{2}{7} \frac{v_0}{\mu g}$$

Calcule el trabajo efectuado por la fricción dinámica integrando en el tiempo la potencia desarrollada por dicha fricción, y coteje su resultado con el cambio en la energía cinética.

$$-\frac{1}{7} m v_0^2$$

12. Una barra AB de masa M y longitud L se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal lisa. Una partícula de masa m se aproxima a su extremo A con velocidad v_0 , perpendicularmente a la barra, y choca elásticamente con ella. Si suponemos una barra lisa, m se moverá después de la colisión con velocidad v_1 en la misma dirección que v_0 . Hallar v_1 .



Sugerencia: Estudiar el momentum lineal, el momentum angular y la energía del sistema conjunto m y M.

$$v_1 = v_0 \frac{(4m - M)}{4m + M}$$

¿Cuál es el punto D que, justo después de la colisión, tiene velocidad nula? D es el centro de percusión respecto a A. Si la barra pudiese rotar en el plano horizontal respecto a un eje por D, no habría fuerzas impulsivas en dicho eje como resultado de la colisión y el momentum del sistema se conservaría durante ella.

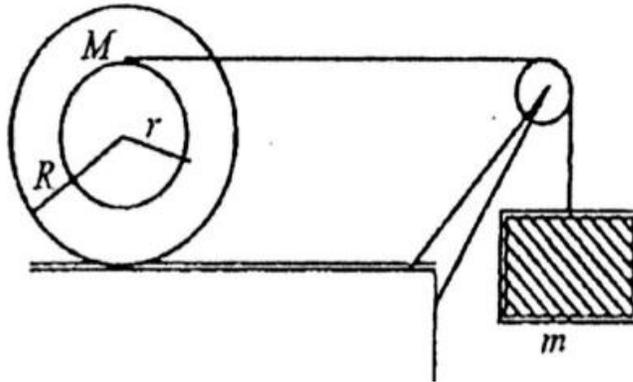
$$AD = \frac{2L}{3}$$

Suponga ahora que la barra puede rotar en el plano horizontal respecto a un eje fijo por B. Hallar v_1 y el cambio en el momentum lineal del sistema. ¿Qué dirección tiene la fuerza impulsiva hecha por el eje?

$$v_1 = v_0 \frac{(3m - M)}{3m + M}$$

$$\Delta P = \frac{mMv_0}{3m + M}$$

13. El disco de la figura tiene masa M , radio R y un pequeño saliente de radio $r=R/3$. Alrededor del pequeño saliente se enrolla una cuerda que pasa por una polea ideal y de cuyo extremo se sujeta un bloque de masa m . Suponer que el disco rueda sin deslizar.



- Dibujar todas las fuerzas que actúan sobre M y m .
- Escribir las ecuaciones de movimiento para M y m .
- Determinar la aceleración del bloque, la aceleración del disco y la tensión en la cuerda.
- Los valores de las cantidades anteriores si $M=1.00$ kg, $m=0.20$ kg y $R=0.40$ m.

Rta d) 1.94 m/s^2 , 3.64 m/s^2 , 1.57 N .